

CR回路2

ローパスフィルタ回路

(1) 用意するもの

コンデンサC (0.1 μ F)

抵抗R (1 k)

発振器

交流電圧計またはオシロ

(2) 測定

発振器の出力を1V_{rms}又は1V_{pp}に調整する。

発振器の周波数を10Hzから100kHzまで変化させて

そのときの出力 e_{out} を測定する。

測定結果をグラフにする。

(3) 出力 e_{out} を計算で求めてみる。

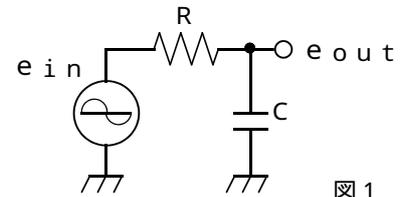


図1

e_{in} と e_{out} の関係を式で表すと次のようになる。ここで $\omega = 2\pi f$ 、 j は虚数単位である。

$$e_{out} = e_{in} \times \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = e_{in} \times \frac{1}{1 + j\omega CR}$$

一般に出力と入力関係を式で表すと $e_{out} = e_{in} \times G(\omega)$ となる。ここで $G(\omega)$ は増幅度または伝達特性を表す関数で、周波数 f ($\omega = 2\pi f$)の関数であり、複素関数であって、その絶対値が振幅利得を表し、位相角が入力と出力の位相のずれを表す。上の例で計算すると、振幅利得 G_v [倍]と位相角 θ [radian]は次のようになる。

$$G_v = \left| \frac{1}{1 + j\omega CR} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega CR)^2}} \quad \dots (A)$$

$$\theta = -\arctan(\omega CR) \quad \dots (B)$$

A式による G_v の計算結果をグラフにすると右図のようになる。横軸は周波数を対数目盛りで、縦軸は G_v を対数目盛りで示している。

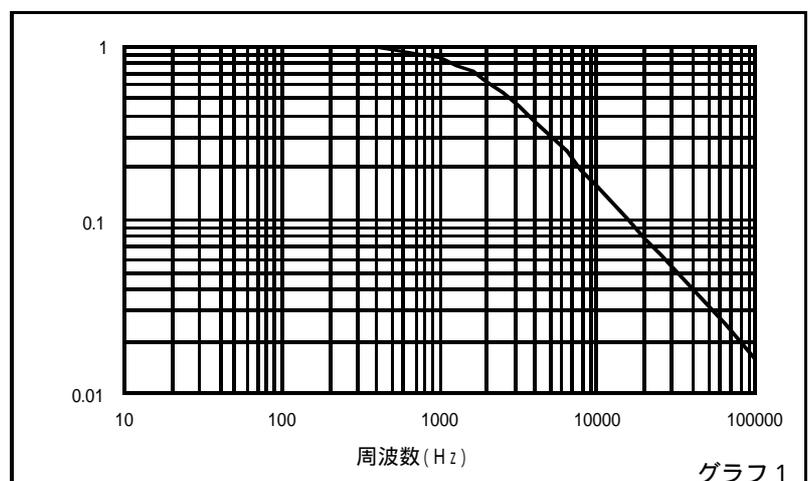
$CR = 1$ となる周波数を遮断周波数またはカットオフ周波数 f_c という。ここでは $f_c = 1.59$ kHzである。その周波数において

$$G_v = 0.707$$

となる。

周波数 $f \gg f_c$ では、 G_v は f に反比例する。両対数グラフでは傾きが-1の直線となる。

周波数 $f \ll f_c$ では $G_v \approx 1$ となる。



B式による の計算結果をグラフにすると右図のようになる。横軸は周波数を対数目盛りで、縦軸は を度の単位で示している。

周波数 $f_c = 1.59 \text{ kHz}$ において

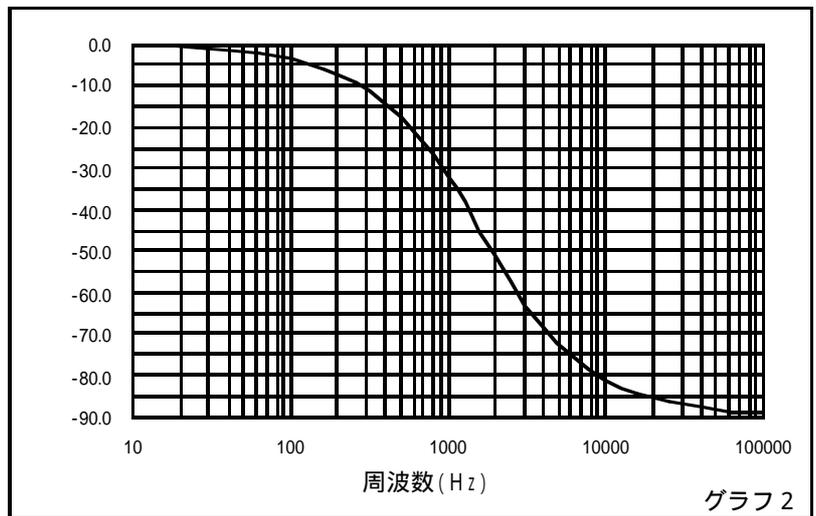
$$= -45 \text{ 度}$$

となる。

周波数 $f \gg f_c$ では、 は -90 度に漸近する。

周波数 $f \ll f_c$ では、 は 0 度に漸近する。 < 0 は位相遅れを表す。

このような、 G_v と の周波数特性のことを図1の回路の周波数応答という。



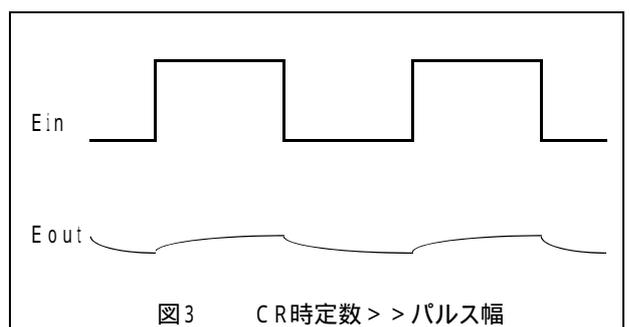
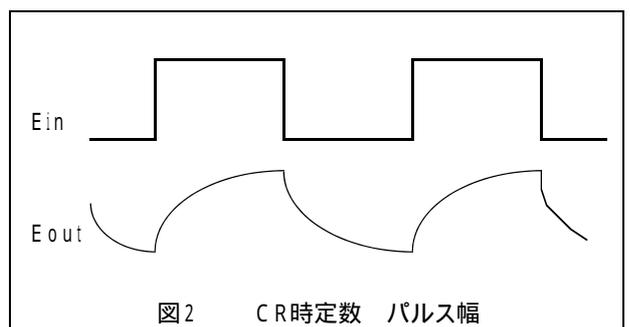
グラフ 2

周波数応答とパルス応答

別紙CR回路1で調べたパルス応答と、上の周波数応答の関係について考える。

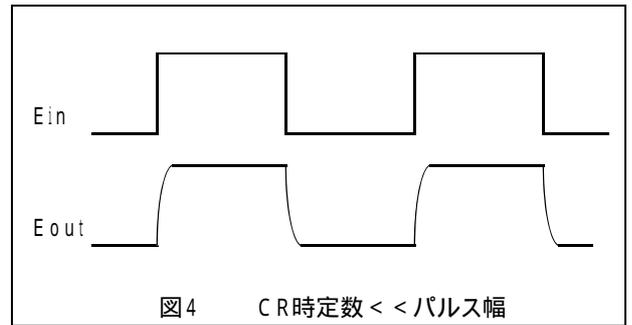
(1) 周期 1 msec (周波数 1 kHz) のパルス波形には、基本波である周波数 1 kHz の正弦波以外に、 3 kHz 、 5 kHz 、 7 kHz 等の奇数倍の周波数の正弦波が含まれている。このパルス波形を図1の回路に e_{in} として与えると、グラフ1に示すように、各周波数成分によって異なる減衰を受けて e_{out} に現われる。基本波である 1 kHz の正弦波は 0.707 倍に、 3 kHz の正弦波は 0.469 倍に、 5 kHz の正弦波は 0.303 倍になって e_{out} に現われる。 7 kHz 以上の正弦波についても同様で、周波数が高い成分ほど減衰量が大きくなる。こうして得られる e_{out} の波形は、以上の各正弦波を合成したものとなるが、入力波形に比べて、高調波成分の割合が少なくなっている。そのために、図2のような入力、出力波形となる。

(2) 周期の短い(周波数の高い)パルス波形の場合を考える。周期 0.1 msec (周波数 10 kHz) のパルス波形には基本波である周波数 10 kHz の正弦波以外に、 30 kHz 、 50 kHz 、 70 kHz 等の奇数倍の周波数の正弦波が含まれている。このパルス波形を図1の回路に e_{in} として与えると、(1)と同様に、各周波数成分によって異なる減衰を受けて e_{out} に現われるが、その減衰量は(1)の場合に比べてはるかに大きく、基本波である 10 kHz の正弦波は 0.159 倍に、 30 kHz の正弦波は 0.053 倍に、 50 kHz の正弦波は 0.032 倍になって e_{out} に現われる。 e_{out} はこれらを合成した波形であるが、全体に減衰量が大きく、入力に対して出力は右の図3のようになる。



(3) 次に周期の長い(周波数の低い)パルス波形の場合を考える。周期10msec(周波数100Hz)のパルス波形には基本波である周波数100Hzの正弦波以外に、300Hz、500Hz、700Hz等の奇数倍の周波数の正弦波が含まれている。このパルス波形を図1の回路に e_{in} として与えると、(1)と同様に、各周波数成分によって異なる減衰を受けて e_{out} に現われるが、その減衰量は、基本波である100Hzに対しては0.998倍、300Hzに対して

0.983倍、500Hzに対して0.954倍と、1kHz以下の周波数成分はほとんど減衰せずに通過し、1kHzよりも周波数の高い成分だけが減衰を受ける。こうして e_{out} には、入力が少しだけなまった図4のような出力波形が現われる。



一つの回路に対して、周波数を基準に出力応答を考えたものが周波数応答であり、時間軸を基準に出力応答を考えたものがパルス応答(又はステップ応答)である。両者は不可分の関係にあり、一方が決まれば他方も決まるから、周波数応答を調べることによりパルス応答を推定することが出来るし、また逆も可能である。オシロスコープで出力波形を観測すれば、時間軸を基準に出力応答を観ることができ、スペクトラムアナライザを使って周波数軸基準に出力波形を観測すれば、周波数応答を見ることができる。

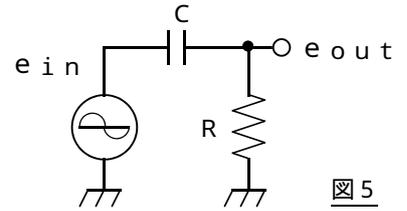
ハイパスフィルタ回路

(1) 用意するもの

- コンデンサC (0.1 μF)
- 抵抗R (1 k)
- 発振器
- 交流電圧計またはオシロ

(2) 測定

- 発振器の出力を1 V rms 又は1 V p p に調整する。
- 発振器の周波数を10 Hz から100 kHz まで変化させてそのときの出力 e o u t を測定する。
- 測定結果をグラフにする。



(3) 出力 e o u t を計算で求めてみる。

e i n と e o u t の関係を式で表すと次のようになる。ここで ω = 2 π f、j は虚数単位である。

$$e_{out} = e_{in} \times \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = e_{in} \times \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR}$$

(1) と同様に振幅利得 G v [倍] と位相角 φ [radian] を求めると次のようになる。

$$G_v = \left| \frac{j\omega CR}{1 + j\omega CR} \right| = \frac{CR\omega}{\sqrt{1 + (CR\omega)^2}} \quad \dots (C)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \arctan(CR\omega) \quad \dots (D)$$

C 式による G v の計算結果をグラフにすると右図のようになる。横軸は周波数を対数目盛りで、縦軸は G v を対数目盛りで示している。

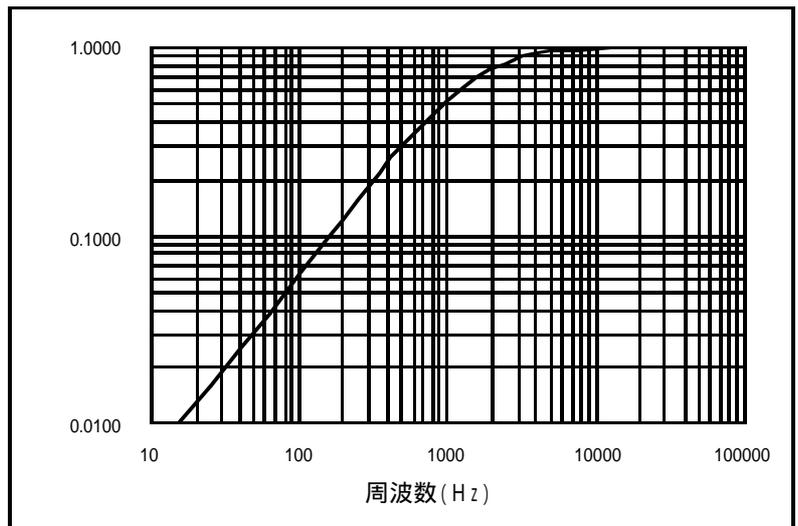
CR = 1 となるカットオフ周波数 f c において

$$G_v = 0.707$$

となる。

周波数 f << f c では、G v は f に比例する。両対数グラフでは傾きが1の直線となる。

周波数 f >> f c では G v = 1 となる。



D式による の計算結果をグラフ
にすると右図のようになる。横軸
は周波数を対数目盛りで、縦軸は
を度の単位で示している。

周波数 $f_c = 1.59 \text{ kHz}$ にお
いて

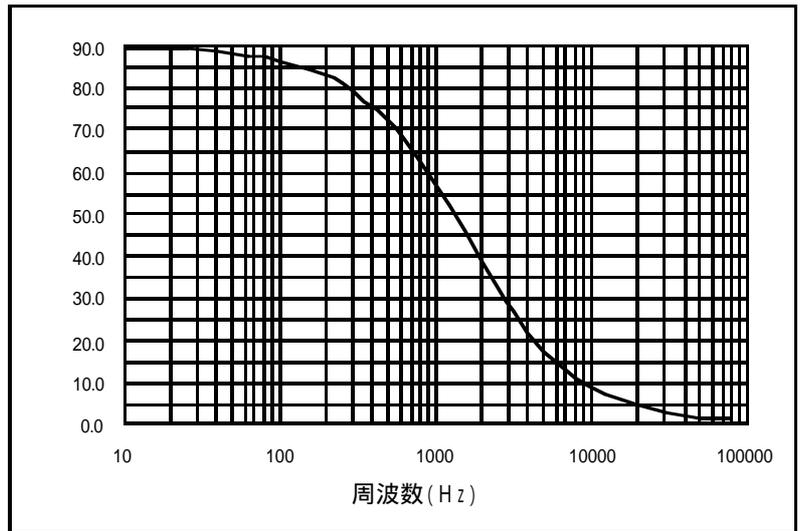
$$= -45 \text{ 度}$$

となる。

周波数 $f \ll f_c$ では、 は 90
度に漸近する。

周波数 $f \gg f_c$ では、 は 0 度
に漸近する。

> 0 は位相進みを表す。



周波数応答とパルス応答

図5の回路のパルス応答と、周波数応答の関係について考える。

(1) 周期 0.1 msec (周波数 10 kHz) のパルス波形に含まれるのは、基本波である周波数 10 kHz の正弦波以外に、 30 kHz 、 50 kHz 、 70 kHz 等の奇数倍の周波数の正弦波である。これらの周波数に対する図5の回路の減衰はほとんどないので、入力がほぼそのまま出力波形となる。(図は省略)

(2) 周期 10 msec (周波数 100 Hz) のパルス波形には基本波である周波数 100 Hz の正弦波以外に、 300 Hz 、 500 Hz 、 700 Hz 等の奇数倍の周波数の正弦波が含まれている。このうち、周波数 1 kHz 以下の成分は、周波数が低いほど大きな減衰を受け、逆に周波数 3 kHz 以上についてはほとんど減衰をうけない。そのために図6のような出力となる。

(3) 周期 1 msec (周波数 1 kHz) のパルス波形には基本波である周波数 1 kHz の正弦波以外に、 3 kHz 、 5 kHz 、 7 kHz 等の奇数倍の周波数の正弦波が含まれている。基本波である 1 kHz の正弦波は 0.707 倍に、 3 kHz の正弦波は 0.883 倍に、 5 kHz の正弦波は 0.953 倍に減衰を受け、それよりも高い周波数についてはほぼそのまま通過する。 e_{out} はこれらを合成した波形であるが、基本波の減衰量がもっとも大きく、入力に対して出力は右の図7のようになる。

図1の回路では、入力に対して出力は波形がなまっただ、図5の回路は周波数の高い信号はよく通すので、逆に急峻な変化をする部分はそのままで、一定のところは垂れ下がるような出力波形となる。

